THE ANNALS OF “DUNAREA DE JOS” UNIVERSITY OF GALATI
FASCICLE XIV MECHANICAL ENGINEERING, ISSN 1224 – 5615
2002

ÉTUDES REGARDANT LA CARACTÉRISATION DES MOUVEMENTS IMPULSIFS ALÉATOIRES

Conf. dr. ing. Alexandru Constantinescu
Universitatea Tehnică de Construcţii Bucureşti

RESUMÉ

L'Article on desire qu'il soit un complčtement ŕ l'étude des vibrations aléatoires, par l'exposition d'une méthode de calcul pour les sollicitations dynamiques aléatoires. Expérimental on a demonstré, dans la litterature de specialité, que la repartition de probabilité des forces aléatoires a une distribution Rayleigh, résultant d'ici que le paramčtre h>0 a une fonction de pulsation.

En considerant l'action dynamique des forces aléatoires comme une action impulsive, on a construit le vecteur $\mathring{H}_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\mathring{F}_0 \sinh t$ *(l'intensité du champ de forces aléatoires) ainsi qu'il caractérise de point de vue dynamique une série infinite d'heurts aléatoires.*

1. Considérations générales

Les mouvements impulsifs sont des phénomčnes dans lesquelles les viteses presentent grandes varations dans un intervalle trčs court de temps. Dans le cas de ceux phénomčnes on ne peut plus négliger la deformation des corps.

Grâce ŕ cettes déformations se produisent des forces trčs fortes auquelles valeur ne peut pas qu'elle soit controleé ŕ cause d'intervalle trčs court de temps pendant se produit le phénomčne.

Soit $\Delta t = t_2 - t_1$ l'intervalle de temps pendant se produit l'impact. En écrivant l'équation fondamentale de la dynamique ŕ forme

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{F}$$

On obtient

$$m d\mathring{v} = \mathring{F} dt \qquad (1)$$

Si dans l'équation (1) on tient compte de $\mathring{H} = m\mathring{v}$, rézulte

$$d\mathring{H} = \mathring{F} dt \qquad (2)$$

d'oú, par intégration on obtient

$$\Delta\mathring{H} = \int_{t_1}^{t_2} \mathring{F} dt \qquad (3)$$

Le membre de droite de l'équation s'appelle percussion.

L'étude de l'équilibre dynamique on le fait avec l'aide des théorčmes générales.

Les sollicitations aléatoires forment un champ de forces dans le sens du champ de probabilité, en associant le systčme complet d'événements. Un tel champ est caractérisé par son intensité.

$$\mathring{H}_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\mathring{F}_0 \sinh t \qquad (4)$$

détermineé par une distribution de probabilité de type Rayleigh qu'elle caractérise la repartition des forces aléatoires aux outillages pour bâtimentes. La force F_0 de la relation (4) représent la valeur maximma des forces détermineés expérimental. La dimension H_0 ainsi définite, a valeur d'impulsion et elle caractérise l'action des forces aléatoires

2. Dynamique des mouvements impulsifs aléatoires

Ŕ cause de la définition de l'intensité $\mathring{H}_0$ du champ de forces aléatoires l'action de ce type de forces il est possible qu'elle soit définite comme un mouvement impulsif si l'intervalle de temps pendant qu'on fait l'enregistrement pour une valeur quelconque est trčs court. On peut dire qu'un champ de forces aléatoires a une action percutante sur un corps, en déterminant les déformations de celui-ci, des deformations que conduisent aux mouvements impulsifs. Dans ce cas la force percutante emprunte le caractčre aléatoire de l'excitation provenue de champ de forces aléatoires. De la définition de la percussion on peut écrire

$$\Delta\mathring{H} = \int_{t_1}^{t_2} \mathring{F}(t)dt = \mathring{p} \qquad (5)$$

Comme l'intensité du champ de forces aléatoires a valeur d'impulsion rézulte :

$$\Delta\mathring{H} = \Delta\mathring{H}_0 \qquad (6)$$

en obtenant des relations (5) et (6) la relation :

$$\Delta\mathring{H}_0 = \int_{t_1}^{t_2} \mathring{F}(t)dt = \mathring{p}_0 \qquad (7)$$

La relation (7) défine la percussion aléatoire comme réponse ŕ l'excitation aléatoire $\Delta\mathring{H}_0$, celle-la devenant génératrice d'impulsions aléatoires.
Les théorčmes générales de la dynamique établies pour les cas des mouvements impulsifs restent valables aussi dans le cas des mouvements aléatoires impulsifs.
La théorčme de l'impulsion a l'expression suivante :

$$\Delta\mathring{H}_0 = \mathring{p}_0 \qquad (8)$$

et la théorčme du moment cinétique on peut l'écrire

$$\Delta\mathring{K}_0 = \mathring{r} \times \mathring{P}_0 \qquad (9)$$

3. Applications pour les ingénieurs

En vertu de la théorie exposeé, résulte que les sollicitations aléatoires ont un caracter dynamique, rézulté de de la définition de l'intensité H_0 du champ de forces aléatoires. Grâce aux propriétés élastiques des corps, les sollicitations aléatoires induisent des vibrations aléatoires, le calcul de résistence des éléments respectifs en étant effectués avec l'aide du coefficient dynamique.

3.1 L'Approximation statistique des vibrations aléatoires

En considérant un élément élastique de type barre comme celui de figure 1.

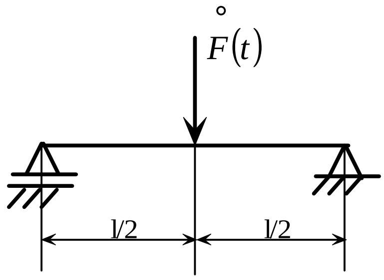

Fig. 1

sollicité par une force aléatoire F(t), par la réduction de la masse de la barre dans le point d'action de la force on obtient un systčme élastique avec un degré de liberté (la figure 2)

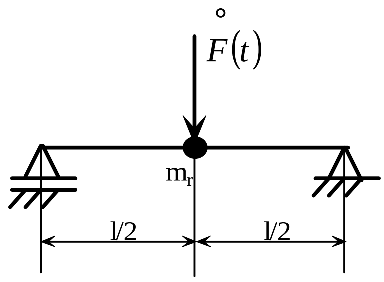

Fig. 2

pour que l'équation différentielle du mouvement est

$$m_r\ddot{y} + ky = F(t) \qquad (10)$$

oů $m_r = \frac{17}{35}m$, et $k = 12\frac{EI}{l^3}$.

Si on tient compte de la dimension de la force aléatoire $F(t) = \frac{dH_0}{dt}$ (la théorčme de l'impulsion), l'équation différentielle (10) devient :

$$m_r\ddot{y} + ky = \frac{\sqrt{\pi}}{2} F_0 \cosh t \qquad (11)$$

Avec l'aide de l'équation différentielle (11), le systčme initial, ayant un nombre infini de degrés de liberté, il peut ętre traité comme un avec un degré de liberté. Le paramčtre h>0 de la distribution Rayleigh on le détermine expérimental.

3.2 Le calcul du coefficient dynamique

Par la division de l'équation différentielle (11) par m_r on obtient :

$$\ddot{y} + \frac{k}{m_r} y = \frac{\sqrt{\pi}}{2m_r} F_0 \cosh t \qquad (12)$$

d' où résulte la pulsation propre de la barre

$$p^2 = \frac{k}{m_r} = \frac{420EI}{17ml^3} \qquad (13)$$

En tenant compte du fait que la pulsation de la force perturbatrice est h (12) résulte le coefficient dynamique ŕ forme

$$\psi = \frac{1}{1-\left(\frac{h}{p}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{1-\frac{17ml^3h^2}{420EI}} \qquad (14)$$

Avec l' aide de la relation (14) on calcule la tension dynamique

$$\sigma_d = \psi\sigma_{st} \qquad (15)$$

où $\sigma_{st} = \frac{M_{\hat{\imath}}}{W} = \frac{F_{max} \cdot l}{4W} = \frac{\sqrt{\pi}F_0 \cdot l}{8m_r \cdot W}$

La condition de résistance est $\sigma_d \le \sigma_a$.

Le paramčtre h de la distribution Rayleigh on le détermine expérimentalement. Ŕ la suitede 16 épreuves sur la grue HT 250 ils ont résutés les données de la Table 1 (les enregistrements de vibrations en étant faits en temps réel).

La détermination du paramčtre h on la fait par le calcul de la moyenne des 16 épreuves et il a résultédans le cas présent h=0.2486.

De la Table 1 on peut calculer aussi l' écart de distribution théorique Rayleigh

$$\Delta(\bar{x}h) = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}\left[(\bar{x}h)_c - (\bar{x}h)_{ei}\right] = 0.00681$$

où $(\bar{x}h)_c = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0.886$

Nr. crt.	$\bar{x}$	$\bar{x}^2$	h	$(\bar{x}h)_e$	$(\bar{x}h)_c$
1	2.3112	6.8978	0.3809	0.8799	0.886
2	3.8753	19.3912	0.2273	0.8800	0.886
3	2.8215	10.2801	0.3119	0.8810	0.886
4	3.2134	13.3341	0.2738	0.8798	0.886
5	3.0932	12.3552	0.2845	0.8800	0.886
6	2.7183	9.5417	0.3237	0.8800	0.886
7	2.9185	10.9990	0.3015	0.8800	0.886
8	3.8151	18.7951	0.2307	0.8802	0.886
9	3.8751	19.3910	0.2271	0.8803	0.886
10	4.8251	24.7892	0.2008	0.9291	0.886
11	4.0123	20.7884	0.2193	0.8799	0.886
12	5.1281	33.9584	0.1716	0.8798	0.886
13	5.2132	33.9056	0.1717	0.8953	0.886
14	5.7118	41.1692	0.1558	0.8902	0.886
15	5.5142	39.8413	0.1642	0.8762	0.886
16	5.7924	42.1901	0.1512	0.8891	0.886

Tab. 1

4. Conclusions

L'Action percutante du champ de forces aléatoires a comme résultat induire des vibrations aléatoires dans les éléments élastiques, ce que fait qu'ils soient sollicités dynamiquement.

La méthode exposeé a pour résultat l'approximation des vibrations aléatoires des systčmes avec un nombre infinit de degrés de liberté par des systčmes avec un seul degré de liberté et on désire un complčtement de la théorie des vibrations aléatoires. De cette approximation on déduitle coefficient dynamique nécesaire dans le calcul de résistance des poutres sollicíteés par des efforts aléatoires. Résulte une simplification pour le calcul des éléments élastiques de type barre, présentant le désavantage que la part expérimentale est relativement compliqueé, ŕ cause du grand nombre d'essais nécesaires pour déterminer le paramčtre h. La valeur du paramčtre h, trouvé expérimentalement est valable pour toutes les éléments qu'ils travaillent dans des conditions similaires.

Bibliographie

[1] Ackoff R. L. – Bazele cercetării operaţionale. E.T. Bucureşti 1975.
[2] Barlow R.E. – Statistical Theory of Reability. Rinehart and Wiston, New York 1975.
[3] Boiangiu D.ş.a. – Mecanică şi rezistenţa materialelor. E.D.P. Bucureşti 1982.
[4] Buzdugan Gh. – Rezistenţa materialelor. E.T. Bucureşti 1974.
[5] Buzdugan Gh. ş.a. – Vibraţii mecanice. E.D.P. Bucureşti 1979.
[6] Constantinescu Al. – Cercetări privind siguranţa elementelor elastice de tip bară aflate în regim dinamic aleator. Rev. Mecanica ruperii nr. 5 / 1998.
[7] Constantinescu Al. – Asupra unor aspecte ale modelării proceselor dinamice aleatoare. A XXIII-a Conferinţă Naţională de Mecanica Solidului, Ploieşti 1999.
[8] Constantinescu Al. – Metode matematice ale mecanicii solidului rigid. Ed. MATRIX ROM, Bucureşti 2002.
[9] Constantinescu Al. – Aprecierea statistică a câmpului de forţe aleatoare cu ajutorul funcţiilor de tip Lagrange. Rev. Fundaţiei Gh. Vrânceanu nr. 5/2002.
[10] Mihoc Gh. – Teoria probabilităţilor şi statică matematică. E.D.P. Bucureşti 1970.
[11] Roberts N. M. – Mathematical Methods in Reliability Engineering. McGraw – Hile, New York 1964.
[12] Voinea R. ş. a. – Introducere în mecanica solidului. E.A.R., Bucureşti 1989.