THE ANNALS OF "DUNAREA DE JOS" UNIVERSITY OF GALATI
FASCICLE XIV MECHANICAL ENGINEERING, ISSN 1224-5615
2002

DAS MODELL DES TREIBRADES MIT FESTEM RADKRANZ AUF EINEM WEG MIT UNEBENHEITEN

Prof.dr.ing. Gheorghe Oproescu,
Universitatea "Dunarea de Jos" din Galati

ZUSAMMENFASSUNG

Die Modellierung der Bewegung eines Treibrades mit festem Radkranz auf einen Weg mit irgendeiner Unebenheiten schliesst mehreren Schritte wie die mechanische Modelierung, die mathematische Modelierung und endlich die rechnerische Modelierung um. Die mechanische und die mathemetische Modellierungen sollen an die rechnerische Modelierung angepasst werden und dadurch wird die ganze Arbeit ein volles und eigentümliches Modell bilden, welches. Als Folge der dargestellte Modellierung kommen die Kräfte zwischen dem Rad und der Laufbahn, der Leistungsbedarf und der Zustand der Berührung mit der Laubahn, b.z.w. reiner Umlauf, Ablössung und Springen oder Abgleiten.

1. Einleitung

Das Treibrad mit festem Radkranz läuft auf einem unverformbaren Weg mit irgendeiner Unebenheiten. Der Weg, b.z.w. die Rollbahn des Rades kann, in diesem Fall und rein geometrisch, als eine Einhüllende aller Radstellungen berücksichtigt und, entsprechend der Einhüllendentheorie, ermittelt werden. Daraus kann die Bahn des Radmittelpunktes aus dem ungekehrten Problem gefunden werden, b.z.w. aus der Form des Weges (die Einhüllende) und aus der Abmessungen des Rades. Der Radmittelpunkt bewegt sich auf seine eigene Bahn entlang, weiter als Laufbahn genannt, d.h. die Lage der Bewegung des Rades bekannt wird wenn die Drehgeschwindigkeit des Rades gewusst ist.

Weil die Laufbahn irgendeine Form besitzen kann, soll das Referenzsystem der Bewegung in dem die Kraft- und Bewegungsgleichungen geschrieben werden sollen, ein festes System sein um keine andere Nebenkräfte wie Beschleunigungskräfte zu erscheinen. Dies kompliziert die Gleichungen aber hat den Vorteil für jeden Fall angepasst zu werden.

2. Das mechanische und mathematische Modell

Das Rad findet sich auf ein Rollbahnstück mit der Schrägung α, Bild 1. Das Rad hat die Masse m, das Radius R und Inertia J. Auf das Rad wirken folgende Kräfte: Gewightkraft G, Noramalkraft als Reaktion der Laufbahn N, Wiederstandkraft F_r und Treibkraft F_t. Die Kraft N hat die Abweichung s von der Radmitte, welche den Rollmoment bildet. Das Rad ist von dem Motor in Bewegung gesetzt, d.h. mit dem Drehmoment M_m als Treibmoment. Zwischen das Rad und Rollbahn erscheint die Reibungskraft, F_f, meisst von der relativen Geschwindigkeit abhängig. Um der Treibmoment eine volle Wirkung zu haben, d.h. das Rad ohne Abgleiten zu rollen, soll der Moment der Kraft F_f minestens gleich oder grösser mit dem Moment M_m sein, b.z.w soll

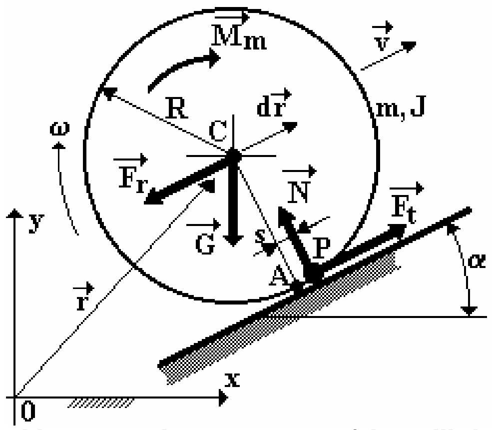

Bild 1. Das Rad in Bewegung auf die Rollbahn

die Reibungskraft F_f gleich oder grösser als die Treibkraft F_t sein. Das Gleichgewight aller Kräfte auf die Schrägung entlang zeigt dass die Kräfte F_t einerseits und F_r und der parallele Anteil der Gewichtkraft G andererseits gleich sind. Dieses Kräftepaar bilden einen Moment welcher im Gleichgewicht mit dem Drehmoment M_m stehet. Weil der Drehmoment M_m den Moment aller Wiederstandkräfte der Bewegung ausgleichen soll, enthält die Kraft F_r alle Wiederstände ausgenommen der Gewichtkraft G, b.z.w. die Kräfte welche den Rollmoment oder den Beschleunigungsmoment ausgleichen sollen:

$$F_r = N\frac{s}{R} + m\ddot{s} + \frac{J\dot{\omega}}{R} \qquad (1)$$

mit

$$\dot{\omega} = \frac{\ddot{s}}{R};\ \dot{s} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2};\ \ddot{s} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} \qquad (2)$$

Das Momentgleichgewight aller Kräfte um den Punkt A Bild. 1, ausgenommen der Gewichtkraft G, gillt auch zur Gleichung (1).
Die Projektion der Gleichungen aller Kräfte auf Ox und Oy lautet:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \left(N\frac{s}{R} + J\frac{\dot{\omega}}{R}\right)\cos(\alpha) = F_t\cos(\alpha) - \\ \qquad - N\sin(\alpha) \\ m\ddot{y} + \left(N\frac{s}{R} + J\frac{\dot{\omega}}{R}\right)\sin(\alpha) = F_t\sin(\alpha) + \\ \qquad + N\cos(\alpha) - mg \end{cases} \qquad (3)$$

In (1)---(3) sind $x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}$ aus der Form der Rollbahn und aus der Bewegungslage b.z.w. die Lage der Bewegung der Radmitelpunktes C auf seine eigene Bahn entlang bekannt. Als Unbekannte sind die Kräfte N und F_t, welche aus (4) leicht zu finden sind. Fals die Kraft N negativ wird, springt das Rad nach oben und läuft die Bewegung frei im Gewightfeld bis das Rad wieder mit der Bahn in Berührung kommt. Falls die Kraft F_t kleiner als die Reibungskraft F_f wird, hat das Rad keine Haftung und gleitet ab.
Die konkrete Rollbahn kann in einfache Bestandlinien wie Geraden und Kreisbogen zerlegt werden. Die Laufbahn, d.h. die Bahn des Radmittelpunktes C auf jede Bestandlinie entlang ist eine einfache Linie wie Gerade oder Kreisbogen. Die Ermittlung der Laufbahn ist ähnlich wie die Ermittlung der korigierte Werkzeugbahn bei rechnerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen.
Die Drehgeschwindigkeit $\omega(t)$ des Rades ist bekannt und jede Position des Radmittelpunktes kommt aus der Berechnung der Länge der Laufbahnstrecke welche mit der Geschwindigkeit $v(t) = \omega(t)\cdot R$ durchgefahren ist.

3. Beispiel

Die Gleichungen (3) lassen sie sich nur rechnerisch gelöst werden. Al Beispiel sei ein Rad mit R=0,5m, m=1000Kg, μ=0,5, s=0,09m und Lineargeschwindigkeit von 15 Km/h. Bild 2

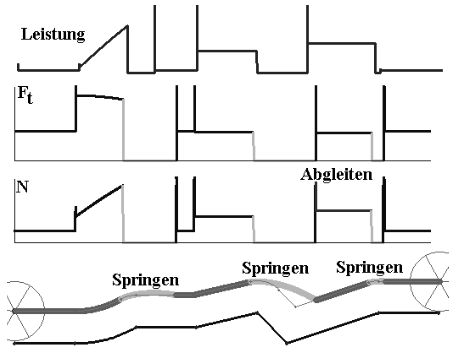

Bild 2. Leistung, Kräfte und Laufbahn

zeigt die Kräfte N und F_t. Weil der Radkranz und die Rollbahn fest sind, jede Richtungsänderung der Bewegung hat als Folge harte Stosskräfte N und F_t. Weil ω=ct, ist die Leistung aus der Multiplizierung des Momentes der F_t mit ω zu rechnen.
Das Modell gillt nur für unverformbaren Räder auf harter Rollbahn, ähnlich wie z.B. ein Rad mit Metallkranz auf Metallrollbahn. Der Vorteil des Modells bestehet darin, einfach programiert zu sein. Die Laufbahn des Radmittelpunktes hat eine feste Form und dadurch sind schnell und einfach wichtige Hinweisse um die mögliche Bewegungen des Rades zu haben.

Schriftum

[1] **Iacob C, Homentcovschi D, Marcov N, Nicolau A**. *Matematici clasice si moderne, vol. IV,* Editura Tehnica, Bucuresti, 1983.
[2] **Oproescu Gheorghe, Nastac Silviu.** *Elemente de modelare numerica*, Editura Libertatea, Braila, 2000, ISBN 973-99574-5-5.
[3] *** *Manualul Inginerului Mecanic, vol. II*, Editura Tehnica, Bucuresti, 1966.